

**POUŽITIE PROGRAMOVÉHO SYSTÉMU
MATHEMATICA PRI VÝUČBE ZÁKLADOV
MATEMATICKEJ ANALÝZY NA SJF STU**

A. KOLESÁROVÁ, M. KOVÁČOVÁ, V. ZÁHONOVÁ

Katedra matematiky, Sjf STU, nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava
kolesarova@dekan.sjf.stuba.sk,
kovacova_v@dekan.sjf.stuba.sk, zahonova @dekan.sjf.stuba.sk

ABSTRAKT. V príspevku sa zaoberáme možnosťou použitia programového systému *Mathematica* pri vyučovaní v základnom kurze matematiky na technických vysokých školách. Sú v ňom popísané aj konkrétne poznatky experimentu, ktorý sa uskutočnil v šk. roku 1997/98 na Sjf STU v Bratislave.

1. Popis experimentu.

Najskôr uvedme niekoľko faktov. Základný kurz matematiky na Sjf STU je v prvých troch semestroch štúdia. Programový systém *Mathematica* používame pri vyučovaní matematiky v základnom kurze v druhom a treťom semestri. V článku sa budeme venovať možnostiam vyučovania matematiky pomocou uvedeného programového systému, pričom budeme hovoriť najmä o skúsenostiach s jeho použitím v druhom semestri 1. ročníka, a to v šk. rokoch 1996/97 a 1997/98.

V šk. roku 1997/98 sme experiment spravili v jednej paralelke, do ktorej bolo zaradených 115 študentov. Kým sme pristúpili k vyučovaniu v paralelke, pripravili sme v predchádzajúcom šk. roku pokusné vyučovanie v dvoch krúžkoch 1. ročníka (50 študentov). Študenti, ktorí ho úspešne absolvovali, pokračovali v takomto spôsobe vyučovania aj v 3. semestri.

V druhom semestri sú v študijnom pláne týždenne 4 hodiny prednášok a 4 hodiny cvičení. Pri počiatočnom experimente boli v druhom semestri všetky cvičenia pri počítači. Pri opakovaní experimentu bolo 2 hodiny klasické "tabuľové" cvičenie a dve hodiny cvičenie v počítačovej miestnosti.

V 3. semestri sú týždenne 4 hodiny prednášok a 3 hodiny cvičení, ktoré boli zorganizované v priebehu dvoch týždňov ako 4 hodiny tabuľového cvičenia a 2 hodiny pri počítači.

Pre lepšiu predstavu uvedme, že obsahom druhého semestra je integrálny počet reálnej funkcie jednej reálnej premennej a jeho aplikácie, základy analytickej geometrie v priestore, diferenciálny počet funkcií dvoch a troch premenných, dvojné a trojné integrály a ich aplikácie, základy vektorových funkcií.

Náplňou tretieho semestra sú obyčajné diferenciálne rovnice, číselné i funkcionálne rady (s dôrazom na mocninové rady), špeciálne Taylorove rady funkcie jednej reálnej premennej a Fourierove rady, krivkové integrály a ich aplikácie.

Študenti pokusných skupín boli s vyučovaním pomocou počítačov spokojní. Experiment hodnotili hlavne na základe zaujímavosti cvičení a námahy vynaloženej na získanie skúšky. Učitelia sa snažili nájsť skôr jeho chyby a pri ďalšom opakovaní ich v čo najväčšej miere odstrániť.

Ako sme už spomenuli, pri pokusnom vyučovaní v druhom semestri boli všetky 4 hodiny cvičení v počítačovej miestnosti. Vzhľadom na to, že išlo o cvičenia k predmetu teoretického základu, ukázalo sa to ako nevhodné. Preto sa organizácia cvičení zmenila tak, ako bolo uvedené na začiatku. Ďalším poznatkom bolo, že skupiny majúce počítačové cvičenia by mali mať zvláštne prednášky a rozhodne by mali byť skúšaní iným spôsobom ako študenti s klasickým vyučovaním. Študenti pokusnej skupiny majúci cvičenia na počítači, boli pomocou počítača aj skúšaní, avšak riešili rovnaké úlohy, ako mali v ten deň študenti s klasickými cvičeniami. Samozrejme, že boli vo výhode, dosiahli veľmi dobré výsledky, ale ich vedomosti často nezodpovedali ich známkam. Myslíme si, že existuje určité minimum základných matematických vedomostí, zručností a jednoduchých postupov, ktoré študenti potrebujú vo fyzike alebo vo svojich odborných predmetoch a ktoré by mali byť schopní aplikovať aj bez použitia počítača. Študent, ktorého pustíme k počítaču, často nie je toto ochotný dobrovoľne akceptovať. Práve preto sme, napriek technickým ťažkostiam, experiment rozšírili na celú paralelku, ktorá mala samostatné prednášky a študenti boli skúšaní iným spôsobom ako ostatní. Možnosť používania počítača na cvičeniach ovplyvnila aj prednášku. Niektoré časti týkajúce sa najmä metód a techniky počítania mohli byť vynechané alebo značne zredukované a získaný čas mohol byť venovaný hlbšiemu vysvetľovaniu zavádzaných pojmov. Už počas prednášky sa hovorilo aj o možnosti riešenia problémov pomocou programového systému *Mathematica*.

Skúšku sme rozdelili na tri časti. Teoretickú časť, ktorú majú všetci študenti (20 bodov), 3 príklady riešené s možnosťou použitia počítača (28 bodov) a 3 príklady riešené bez počítača (12 bodov). Kým príklady, ktoré mohli študenti riešiť pomocou počítača, boli obtiažnejšie a komplexnejšie, ako riešili ich kolegovia, príklady riešené bez počítača boli naopak veľmi jednoduché, mali ukázať, že študent má to minimum matematických vedomostí a zručností, o ktorých sme hovorili. Čo je dôležité, na úspešné vykonanie skúšky musel študent získať minimálne 6 bodov (50 %) z príkladov riešených bez počítača a 6 bodov z teórie. Navyše, v deň skúšky musel získať aspoň 24 bodov. Posledná podmienka sa ešte týkala celkového počtu získaných bodov vrátane bodov zo semestra. Prvú podmienku mali len naši študenti, ostatné boli spoločné pre celý ročník. Touto nutnou podmienkou sme si chceli zaručiť, že študenti budú poznať napr. základné metódy integrovania (základné integračné vzorce, všeobecnú substitučnú metódu, metódu per-partes), techniku počítania parciálnych derivácií, a pod. Dať takúto nutnú podmienku bolo potrebné aj preto, lebo kým počiatočného experimentu sa zúčastnili zväčša lepší študenti, ktorí mali o štúdium naozaj záujem, do druhej časti bola vybraná paralelka C, ktorej študenti dosiahli za prvý semester len priemerné výsledky. Pri opakovaní experimentu dokonca uvažujeme zmeniť pomer bodov z príkladových častí z 28:12 na 25:15.

2. Pomôže počítač prekonať ťažkosti v základnom kurze ?

Vyučovanie matematiky pomocou počítača už v základnom kurze matematiky nie je veľmi rozšírené. Preto spomeňme niekoľko faktov, ktoré nás k nemu viedli a špeciálne, prečo sme používali práve programový systém *Mathematica*.

Väčšina študentov na SJF STU prichádza z priemyselných škôl strojnícnych alebo z učňovských škôl s maturitou. I keď máme aj vynikajúcich študentov, treba povedať, že naši študenti si v priemere neprinášajú z matematiky dobré vedomosti zo strednej školy. Navyše, v posledných rokoch si všimáme celkovo slabšiu pripravenosť študentov z matematiky ako v predchádzajúcich obdobiach. Nižšia je faktická úroveň poznatkov (ich objem i hĺbka), výrazná je aj strata numerickej zručnosti a priestorovej predstavivosti.

Čiže stručne, k problémom, s ktorými sa na začiatku vyučovania stretávame, patria najmä :

- (1) nedostatočná úroveň vedomostí zo strednej školy
- (2) strata numerickej zručnosti
- (3) nedostatočne rozvinutá priestorová predstavivosť
- (4) nedostatok skutočného záujmu o štúdium.

Otázka je, či a v akej miere môže zavedenie počítačov do výučby v základnom kurze pomôcť riešiť uvedené problémy.

Prvý problém je možné riešiť aj pomocou počítača, ale na inej úrovni ako pri bežnom vyučovaní. Vyžaduje to aktívny záujem študentov, veľa času a prístupné výukové programy, ktoré im t. č. nemôžeme poskytnúť. Preto sa snažíme riešiť problém aspoň organizovaním doučovacieho kurzu na začiatku 1. semestra. Avšak za 30 hodín sa veľký pokrok dosiahnuť nedá. Študentom skôr ukážeme "potrebné minimum" vedomostí zo strednej školy, ktoré sú prvým predpokladom úspešného zvládnutia štúdia. Kurzy absolvuje ročne asi 35 % študentov zapísaných do 1. ročníka. Samozrejme, že okrem toho aj počas všetkých troch semestrov základného kurzu, sa popri odovzdávaní nových poznatkov snažíme odstraňovať aj staré nedostatky.

Bežne sa však stretávame s tým, že študent zvládne podstatu riešenia nových problémov, ale zlyhá pri výpočte na chybách typu $\sqrt{1+x^2} = 1+x$ alebo na obyčajných numerických chybách. Matematika má pre študenta tú nevýhodu, že nie je súborom izolovaných častí, ale je kontinuálna a staré chyby ich znova a znova doháňajú. Použitie počítačov pri skúšaní zredukovalo prejavenie sa takýchto chýb, čo sa odzrkadlilo aj na dosiahnutých známkach. Kým pri klasickom skúšaní najčastejšia známka z vyhovujúcich je *dobře m* (3-), dokonca až v 50-60 % prípadov, pri našom experimente po dvoch termínoch zo 100 študentov, ktorí získali zápočet, malo spravenú skúšku 70, pričom rozdelenie známok bolo nasledujúce :

x_i	1	1-	2	2-	3	3-
n_i	0	3	12	17	20	18

To znamená, že podiel známky 3- na celkovom počte spravených skúšok je 25,7%.

Na porovnanie, absolútne početnosti jednotlivých známok v dvoch kontrolných paralelkách boli :

x_i	1	1	–	2	2	–	3	3	–	x_i	1	1	–	2	2	–	3	3	–
n_i	3	2	1	11	14	40				n_i	2	1		3	9	10	32		

Čiže podiel známky 3- je 56,3 % resp. 56,1 %.

Ukázalo sa, že ak študent vedel "ako na to", čiže vedel úlohu rozobrať a poznal postup riešenia, nestrácal body na chybách uvedeného typu. Aj keď nebolo naším cieľom skúšať pomocou počítačov, aby sme mohli rozdávať dobré známky, rozhodne to bol pozitívny stimul pre študentov. Na základe doterajších výsledkov predpokladáme, že aj pri uvedenom spôsobe skúšania sa percento spravených skúšok zvýši aspoň o päť percent.

Numerické chyby a neschopnosť doriešiť zadané problémy v predpísanom čase, súvisia s nedostatkom numerickej zručnosti. Použitie vhodného výpočtového systému iste nezlepší numerickej zručnosti študentov, skôr naopak. Keďže korene tohto javu sú v podstate mimo nášho vplyvu, pretože súvisia najmä so znižovaním počtu hodín matematiky a so spôsobom vyučovania na nižších stupňoch škôl, zaujímame skôr obranný postoj a prispôbojeme sa. Môžeme riešiť buď podstatne jednoduchšie úlohy, alebo aj úlohy, ktoré vyžadujú zložitejšie a časovo náročnejšie výpočty, ale pomocou vhodného výpočtového systému. Rozhodli sme sa pre kompromis. Na klasických cvičeniach riešime jednoduché úlohy, aby sa zopakovali základné pojmy, ich vlastnosti a postupy riešenia, na počítačových obtiažnejšie úlohy, pričom čas ušetrený odstránením zdĺhavých výpočtov možno venovať hlbšiemu rozboru úloh, vizualizácii, využívaniu možnosti rýchleho preriešenia úlohy za iných vstupných podmienok a pod.

Čo sa týka tretieho z hore uvedených problémov, vzhľadom na veľmi dobré grafické možnosti programového systému *Mathematica*, jeho používanie pri vyučovaní bolo jednoznačne veľkým prínosom. Vďaka možnosti grafického znázorňovania v rovine i v priestore, študenti riešili úlohy na aplikácie určitého integrálu, dvojných a trojných integrálov podstatne lepšie ako bez počítačov. Poučné a veľmi zaujímavé bolo napr. kreslenie grafov funkcií dvoch premenných jednak pri zavedení pojmu funkcie dvoch premenných a jej grafu a tiež aj pri hľadaní extrémov takýchto funkcií. Možnosť videnia grafov funkcií dvoch premenných a znázorňovaných telies z rôznych uhlov pohľadu môže napomôcť aj k zlepšeniu priestorovej predstavivosti, nielen k nahradeniu jej nedostatku.

Aj vďaka grafickým možnostiam programového systému *Mathematica* boli cvičenia oveľa zaujímavejšie, atmosféra cvičení bola iná ako na tabuľových cvičeniach, študenti pracovali aktívnejšie, nečakali na zazvonenie. Práve naopak. V tomto smere môžeme vyučovanie pomocou programového systému *Mathematica* na 100% odporúčať. Aj anketa na konci semestra ukázala, že študenti by chceli v tomto spôsobe vyučovania pokračovať aj v ďalšom semestri.

Pokúsme sa teraz vysvetliť dôvody, ktoré nás viedli k rozhodnutiu používať práve program *Mathematica*.

V súčasnosti existuje veľký počet softwareových balíkov dost' podobného charakteru, ktoré mohli byť použité. Niektoré z nich sú voľne šíriteľné, väčšina je však

komerčného charakteru. Voľne šíriteľné programy majú zvyčajne obmedzené schopnosti. Aj keď sú použiteľné pri vyučovaní v základnom kurze, nie sú už vhodné pre neskoršie používanie v technickej praxi. Pretože pri výbere vhodného programu sme mali na zreteli aj možnosti použitia získaných vedomostí a zručností pri ďalšom štúdiu resp. v praxi, vyberali sme z komerčných programov. Ich nevýhodou je pomerne veľká finančná náročnosť. Väčšina firiem však ponúka nižšie verzie programov podstatne lacnejšie ako najvyššiu existujúcu verziu, niektoré dokonca ako voľne šíriteľné. Pri našom experimente sme používali verziu *Mathematica 2.1*.

Najznámejšími komerčnými programovými systémami sú napr. *MathLab*, *Derive*, *Mathematica*, *MathCad*. Kým systém *MathLab* podporuje numerickú prácu s dátami, systémy *Derive*, *Mathematica*, *MathCad* podporujú symbolickú matematiku. Preto pri výbere vhodného programového systému pre vyučovanie matematiky už v základnom kurze prichádzali do úvahy posledné tri zo spomenutých programov.

Derive je program lokalizovaný pod systémom DOS, je veľmi jednoducho ovládateľný a má minimálne hardwareové nároky, čo je, vzhľadom na vybavenosť nášho školstva, dosť veľkou výhodou. Za veľkú nevýhodu však považujeme obmedzené schopnosti tohoto programu, napr. pri riešení mnohých úloh symbolickej matematiky (pri integrovaní, riešení väčších sústav rovníc a pod.). Hlavným dôvodom, pre ktorý sme používanie tohoto programu zamietli, bola nemožnosť jeho použitia v ďalšom štúdiu a v praxi.

MathCad v súčasnej verzii je program porovnateľnej úrovne s programom *Mathematica*, ale len pri použití základného balíka. Doplnkové možnosti programu *Mathematica* (tzv. packages) posúvajú tento program na vyššiu úroveň. Navyiac nemá zmysel porovnávať súčasný stav. Pred tromi rokmi, kedy sme vyučovanie začali pripravovať, mal program *MathCad* podstatne obmedzenejšie možnosti ako dnes.

Za hlavné výhody programu *Mathematica* považujeme :

- (1) možnosť symbolickej definície funkcií rôznych typov (premenná môže byť napr. typu číslo, vektor, list, reťazec)
- (2) grafické možnosti programu
- (3) dostupné aplikačné balíky, napr. pre finančnú matematiku, fyziku, optiku, mechaniku
- (4) možnosť dynamického programovania
- (5) možnosť vytvárania uzavretých programových balíkov a exe. súborov
- (6) prepojenie s prog. jazykom C, resp. C++, objektové programovanie
- (7) animačné možnosti programu a prepojenie so systémami CAD, Max 3D.

Z uvedeného je zrejmé, že tento program je dobre využiteľný pri vyučovaní i v praxi.

3. Ešte niekoľko poznámok.

Na záver uveďme ešte niekoľko konkrétnych poznámok resp. postrehov, týkajúcich sa samotného vyučovania.

Prvé počítačové cvičenie sme venovali oboznámeniu sa s programom *Mathema-*

tica. Za jedno cvičenie sa študenti prakticky zoznámili s aritmetickými operáciami, so spôsobom zadávania zabudovaných elementárnych funkcií, s výpočtom ich hodnôt v zadanom bode a s rôznymi formami číselného výsledku, s preddefinovanými konštantami, s príkazom *Plot* na kreslenie grafov funkcií (jednej reálnej premennej), s príkazom *Solve* na riešenie rovníc a systémov rovníc. Na ďalších cvičeniach už stačilo pridávať príkazy týkajúce sa preberaného učiva.

Vzhľadom na priestorové ťažkosti a vybavenie počítačových učební sme museli učiť 20-členný krúžok v učebni s desiatimi počítačmi. To, čo sme pokladali najprv za nevýhodné, sa ukázalo pre začiatok práce s týmto programom skôr výhodou. Keďže v tomto programe je treba všetky príkazy vypisovať (a navyše v angličtine) a študenti málokedy majú zručnosť kvalifikovanej pisárky, je dobré, že si môžu navzájom pomáhať a kontrolovať sa. Treba počítať s tým, že čas, ktorý ušetríme používaním počítača pri zložitých výpočtoch, stratíme na začiatku nedostatočnou zručnosťou. Preto má zmysel používať tento programový systém najmä vtedy, keď ho môžeme používať dlhšie. Takýto zámer na katedre existuje. Študenti pokusných skupín, ktorí absolvovali 2. a 3. semester základného kurzu s podporou programového systému *Mathematica*, ho používali aj v 4. semestri v predmete Numerická matematika, vid' [1], a prihlásili sa aj na ďalšie (voliteľné) predmety z aplikovanej matematiky vyučované pomocou tohto systému. Počiatočné ťažkosti sme prekonávali aj tým, že na počítačových cvičeniach v druhom semestri boli dvaja učitelia.

Nevýhodou druhého semestra v šk. roku 1997/98 bolo, že sa začínal neurčitým a určitým integrálom a jeho aplikáciami. Aj keď sa podľa plánu cvičení priame integrovanie, všeobecná substitučná metóda a metóda per-partes pre neurčité i určité integrály preberali na tabuľových cvičeniach, študenti rýchlo pochopili, že príkazy *Integrate*[$f(x), x$] a *Integrate*[$f(x), \{x, a, b\}$] im námahu ušetrí a nemali v semestri motív pre zvládnutie týchto metód. Z omylu ich vyviedla až skúška, keď nezískali z jednoduchých príkladov riešených bez počítača nutný počet bodov a skúšku, napriek často veľmi dobrému výsledku počítačovej časti, museli opakovať.

Často sme sa študentom snažili ukázať, že používanie počítača bez porozumenia problematiky môže viesť k nesprávnym výsledkom alebo výsledkom nevhodného tvaru. Niekedy dochádzalo aj neočakávane k takýmto situáciám. Napr. pri integrovaní racionálnych funkcií dostali študenti úlohu: nájsť primitívnu funkciu k funkcii $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x + 16}$. Očakávalo sa, že príkazom *Factor* rozložia polynóm v menovateli, navrhnú tvar elementárnych zlomkov, určia príslušné koeficienty riešením systému rovníc (výsledok si mohli skontrolovať príkazom *Apart*) a na funkciu rozloženú na elementárne zlomky použijú príkaz *Integrate*. Študent, ktorý chcel mať výsledok veľmi rýchlo, použil príkaz *Integrate*[$f(x), x$]. Výsledok ho prekvapil, pretože primitívna funkcia bola navonok komplexnou funkciou. Keď videl, že tento tvar výsledku nie je vhodný, bol ochotný postupovať navrhnutým spôsobom. Ukázalo sa, že aj keď pomocou počítača v mnohých príkladoch priamym integrovaním racionálnej funkcie dostaneme primitívnu funkciu vhodného tvaru, niekedy si musíme vedieť pomôcť, a že bez znalostí pojmov ako sú primitívna funkcia, racionálna funkcia, spôsob integrovania racionálnych funkcií by to v tomto prípade nešlo.

Je dobré, že v šk. roku 1998/99 je zmenený učebný plán a neurčité a určité

integrály sú presunuté už do prvého semestra. Sme toho názoru, že kým sa študenti dostanú k počítaču, mali by prejsť základmi diferenciálneho a integrálneho počtu funkcie 1 reálnej premennej. Študenti sú veľmi vynachádzaví a majú mimoriadne vyvinutý obranný mechanizmus. Keď zistia, že počítačový systém je veľmi schopný, nesnažia sa aktívne zvládnuť ani základné vzorce a postupy. Katedra matematiky poskytuje "matematický servis" aj pre ostatné katedry. Preto by sme mali študenta dobre oboznámiť so základnými pojmami vyššej matematiky a prinútiť ho pomocou nich aktívne zvládnuť aspoň riešenie jednoduchých problémov. Aj preto sa ustúpilo od 100%-ných počítačových cvičení a zaviedli sa aj spomenuté nutné podmienky na získanie skúšky.

Je už na zváženie, či učiť napr. integrovanie pomocou špeciálnych substitúcií alebo špeciálne typy diferenciálnych rovníc a pod. Takéto vedomosti zvyčajne neprezijú príslušný semester matematiky. Vďaka možnosti riešiť zložitejšie úlohy pomocou počítača, nie je treba sa natoľko sústreďovať na techniku počítania, rôzne zjednodušujúce vzťahy a metódy výpočtov.

Vyučovanie pomocou počítačov prinúti učiteľov podstatne prehodnotiť názory na to, čo učiť a ako to učiť čo najefektívnejšie.

V súvislosti s vyučovaním pomocou počítačov sa musíme rozhodnúť nielen do akej miery má byť študent schopný počítať sám, ale aj kedy mu dovoliť používať počítač len na zjednodušenie výpočtov pri dodržaní postupu "klasického" výpočtu a kedy mu plne umožniť využívať schopnosti počítača. Treba si uvedomiť, že hovoríme o vyučovaní predmetu teoretického základu. Preto poslednú zo spomenutých možností sme využívali len v aplikačných úlohách.

Často sa stávalo, že študenti nepostupovali pri riešení pomocou počítača tak, ako sme očakávali, resp. tak, ako by museli postupovať pri ručnom výpočte a nás niekedy vyviedli z vychodených koľají rozmýšľania. Napr., aj keď na prednáškach a tabuľových cvičeniach boli vedení k používaniu základných transformácií pri výpočte dvojných a trojných integrálov istých typov, možnosť použitia počítača pri výpočtoch ich k tomu nenútila. Aj keď si integračnú oblasť popísali len v karteziánskych súradniciach a dostali integrál, ktorý by sami určite nevypočítali, počítač to zvyčajne zvládol a samozrejme, že študenti body získali, pretože pri aplikačných úlohách bolo podstatné, aby zadanú úlohu správne vyriešili.

Vzhľadom na to, že ide o vyučovanie teoretického predmetu, vo väčšine prípadov sme dodržiavali postupný výpočet. Aj v takýchto prípadoch bol program pomocníkom. Bol platný nielen ako dobrý výpočtový prostriedok, ale využívali sme aj jeho vyučovacie schopnosti. Skĺbením grafických a rýchlych výpočtových možností sme mohli vysvetliť súvis jednotlivých pojmov často oveľa lepšie ako na obyčajných cvičeniach. Ako príklad spomeňme použitie programu pri výučbe nevlastných integrálov. Tejto téme sa nevenujeme dlho, ani do hĺbky, ide nám len o pochopenie pojmu nevlastného integrálu a vyšetovanie existencie na základe definície. Počítač sa dal veľmi dobre použiť pri rozборе príkladov - na určenie reálnych čísiel, ktoré by mohli byť kritickými bodmi zadanej funkcie, na výpočet jednostranných limít v týchto bodoch a na nakreslenie grafu funkcie na ich okolí. Tak si študenti mohli dobre uvedomiť súvis medzi hodnotami limít a správaním sa funkcie na okolí vyšetovaného bodu. Rozbor úlohy im pomohol pochopiť ďalší postup výpočtu. Pri vyšetovaní existencie jednotlivých integrálov sa dodržiaval postup z definície,

t.j. výpočet určitého integrálu a príslušnej limity, ale pomocou počítača.

Poznamenajme ešte, že aj keď sme v niektorých prípadoch dodržiavali postupný výpočet, hovorili sme aj o možnosti priameho "užívateľského" spôsobu riešenia problému (napr. pri hľadaní lokálnych voľných resp. viazaných extrémov).

Na väčšine technických škôl sa znížil počet hodín matematiky a učivo v základnom kurze je veľmi nahustené. Ako prvé sa vytratili z cvičení vysvetľovacie príklady. Učia sa napr. postupnosti reálnych čísiel a ich limity, ale príklady, ktoré by pomohli študentovi pochopiť tieto základné pojmy, sa obmedzujú alebo vynechávajú. Vysvetlenie pojmov na prednáške je pre študenta pasívnym stretnutím. Výhodu programového systému *Mathematica* vidíme nielen vo výpočtových schopnostiach, ale aj v možnosti jeho využitia pri ilustrácii a vysvetľovaní mnohých základných pojmov a ich súvislostí. Pri jeho používaní krátky čas, ktorý máme, nemusíme venovať zbytočne technike počítania, výučbe rôznych algoritmov resp. náročnému získavaniu číselného výsledku. Je možné riešiť aj viac fyzikálnych príkladov, pretože čas, ktorý je treba venovať zostaveniu matematického modelu, formulácii problému, ušetríme jeho riešením pomocou počítača (napr. pri diferenciálnych rovniciach).

Na záver ešte poznamenajme, že za úspech považujeme aj to, že používanie tohto programu prerástlo rámec nášho predmetu. Mnohí študenti program využívali už na konci druhého semestra na riešenie zadaní z odborných predmetov. Očakávame, že po troch semestroch používania programového systému *Mathematica* ho zvládnu tak, že bude pre nich užitočným pomocníkom v ďalšej práci.

LITERATÚRA

- [1] Halada L., Kováčová M., *Skúsenosti s použitím programového systému Mathematica pri výučbe numerickej matematiky na SjF STU*, Zborník konferencie : Kálnica 1. - 5. 6. 1998.
- [2] Kováčová M., *Výučba diferenciálneho počtu funkcie viac premenných s podporou programového systému Mathematica*, 25 VŠTEP-Z Matematika v inžinierskom vzdelávaní, Trnava 7. - 10. septembra 1998.
- [3] Wolfram S., *The Mathematica Book*, 3rd ed., Cambridge University Press, 1996.
- [4] Záhonová V., *Výučba integrálneho počtu funkcie jednej premennej s podporou programového systému Mathematica*, 25 VŠTEP-Z Matematika v inžinierskom vzdelávaní, Trnava 7. - 10. septembra 1998.